

# モンテカルロ法と有限要素法の連成による焼結の マイクロ-マクロシミュレーション

森 謙一郎・松原秀彰\*・野口寛洋\*\*・清水正義\*\*\*・野村 浩\*

豊橋技術科学大学生産システム工学系, 441-8580 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1

\*(財)ファインセラミックスセンター, 456-8587 愛知県名古屋市熱田区六野 2-4-1

\*\*豊橋技術科学大学大学院工学研究科生産システム工学専攻, 441-8580 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1

\*\*\*(株)シーティアーアイ科学技術部技術開発グループ, 450-0003 愛知県名古屋市市中村区名駅南 1-27-2

## 2.1 巨視的粘塑性有限要素法

焼結における巨視的収縮挙動をシミュレーションするために、粘塑性有限要素法<sup>1)~3)</sup>を用いる。セラミックス圧粉体は焼結することによって収縮するが、圧粉体の密度分布、自重、異なった粉末などによって収縮が不均一になると、不均一収縮によって粘塑性変形が生じると考え、その粘塑性変形を本方法ではシミュレーションする。

粘塑性有限要素法では、焼結における全ひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^t\}$ を、均一収縮ひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^s\}$ と塑性ひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^p\}$ の和として表す。

$$\{\dot{\epsilon}^t\} = \{\dot{\epsilon}^s\} + \{\dot{\epsilon}^p\} \quad (1)$$

ここで、均一収縮ひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}^s\}$ は焼結時に周囲から応力が作用しない状態で収縮する場合のひずみ速度であり、粘塑性有限要素法では材料特性となり、本方法ではモンテカルロ法から求める。圧粉体が不均一な密度分布及び異なった粉末を有していると均一収縮ひずみ速度が圧粉体内で均一でなくなり、それらによって塑性変形が生じるとして定式化している。(1)式を多孔質体の構成式<sup>10)</sup>に代入すると、(2)式の応力が求まる。

$$\{\sigma\} = [D][B]\{v_c\} - [D]\{\dot{\epsilon}^s\} \quad (2)$$

ここで、 $[D]$ は応力とひずみ速度の関係を表すマトリックスであり、 $[B]$ は全ひずみ速度と節点速度 $\{v_c\}$ の関係を表すマトリックスである。(2)式の応力を仮想仕事の原理に代入すると、節点力は次のように表される。

$$\{P\} = \left[ \int_{V_c} [B]^T [D] [B] dV \right] \{v_c\} - \int_{V_c} [B]^T [D] \{\dot{\epsilon}^s\} dV + \int_{V_c} g \rho \gamma \{N\} dV \quad (3)$$

ここで、 $g$ は重力加速度、 $\rho$ は相対密度、 $\gamma$ は密度、 $\{N\}$ は要素の形状関数である。(3)式の第2項は焼結収縮、第3項は自重の影響をそれぞれ表しており、第1項の全ひずみ速度の項からそれらを除いたものが塑性変形に対する節点力になる。(3)式を各節点ごとに釣合せて、その連立方程式を解くことによって解が求まる。

### 大矢根・島らの降伏条件式:粘塑性有限要素法の基本式

$$(\rho^n \bar{\sigma})^2 = 1/2 \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \} + (\sigma_m/f)^2$$

$$f = 1/(a(1-\rho)^m)$$

※ $n \cdot a \cdot m$ は任意の定数(材料による)

ひずみ速度は塑性変形のひずみ速度と焼結収縮のひずみ速度の和である。

接点力の釣り合い方程式

$$\{P\} = \underbrace{\int [B]^T [D] [B] dV}_{\text{塑性変形}} \{v_c\} - \underbrace{\int [B]^T [D] \{\dot{\epsilon}^s\} dV}_{\text{焼結収縮}} + \underbrace{\int \rho \gamma \{N\} dV}_{\text{自重}}$$

$$\bar{\sigma} = F \bar{\epsilon}^N \dot{\epsilon}^M \quad (\bar{\sigma} = F' \exp(C/T) \bar{\epsilon}^N \dot{\epsilon}^M)$$

Fは変形抵抗  $N=0, M=1$ (ひずみ速度感受性指数)

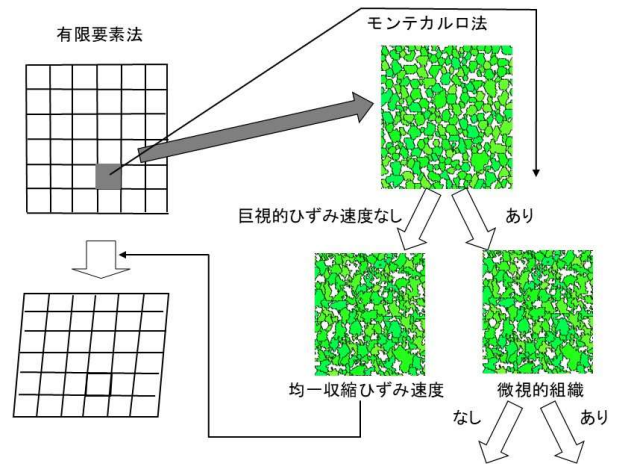


図 モンテカルロ法と有限要素法を連成させた焼結収縮のマイクロ-マクロシミュレーション法

### MC-FEM(粘塑性有限要素法)連携手法

- 特徴**
- ・焼結体形状の計算
  - ・焼結時のひずみ分布、密度分布の計算
- 用途例**
- ・焼結性の異なる積層体共焼結の設計
  - ・複雑形状品の焼結形状制御
  - ・大型部品の均一焼結(ニアネットシェイプ)など

計算例: 粒径の異なる積層体の焼結計算

上下層で粒径の異なる積層体を焼結計算  
→上下層の焼結速度が異なるため反りが発生

