サイエンス社 SGC-180

「リーマン積分からルベーグ積分へ」誤植訂正・補遺

2026 年 1 月 15 日

小川卓克 (早稲田大 理工)

0 章

- P. 1,l.10↑: ‘を’ を削除.
- P.3,l.12: ‘すなわち’ 削除.

1 章

- P.6,l.12↑:$b \geq x \to b \leq x$.
- P.6,l.9↑: ⋯といい⋯ → ⋯と呼び⋯.
- P.11,l.11: $x \in \Omega \to x_0 \in \Omega$
- P. 29, l. 7↑:‘⋯計算するとことにより’ → ‘計算することにより’.
- P.31, l. 11: ‘⋯を満たす.’→ ‘⋯を満たす. ここで (1.15) の両辺の積分は 2 次元の円内 ($B_R(0)$ などでの積分である.’

2 章

- P.38, l. 1↑: $... = \sum_{k,j=1}^{\infty} R_j^k \to ... = \sum_{k,j=1}^{\infty} |R_j^k|$
- P.40, l. 10: 測度であることを⋯ → 集合が可測であることや, 正値写像が測度であることを⋯
- P.46,l.3↑:
$$\cdots = 2\sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{p^{\alpha-1}} < \infty. \longrightarrow \cdots = 2\sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^{\alpha-1}} < \infty.$$
- P.49,l.12↑: $= \{y \in E+a; y \in A\} = (E+a) \cap A \to = \{y \in E-a; y \in A\} = (E-a) \cap A.$
- P.49,l.10↑: $= \{y \in E+a; y \notin A\} = (E+a) \cap A^c \to = \{y \in E-a; y \notin A\} = (E-a) \cap A.$
- P.49,l.7↑: $= \mu^*\big((E+a) \cap A\big) + \mu^*\big((E+a) \cap A^c\big) \leq \mu^*(E+a)$
$\to \quad = \mu^*\big((E-a) \cap A\big) + \mu^*\big((E-a) \cap A^c\big) \leq \mu^*(E-a)$

- P.49,l.7↑: $\mu^*(E+a)=\mu^*(E)\to\mu^*(E-a)=\mu^*(E)$
- P.49,l.2↑: 測度の定義から → 測度の定義から a を $-a$ に取り直して (赤字を追加).
- P.49,l.2↑: $\inf\left\{\sum_{k=1}^{\infty}R_k;\cdots\to\inf\left\{\sum_{k=1}^{\infty}|R_k|;\cdots\right.\right.$.
- P.50,l.8↑: $=\{x\in O_\omega E;y\in A\}=(O_\omega E)\cap A,\to\quad=\{x\in O_\omega^{-1}E;y\in A\}=(O_\omega^{-1}E)\cap A,$
- P.50,l.6↑: $=\{x\in(O_\omega E);y\notin A\}=(O_\omega E)\cap A^c,$
  $\to\quad=\{x\in O_\omega^{-1}E;y\notin A\}=(O_\omega^{-1}E)\cap A^c,$
- P.50,l.5↑: 'これと (2.7) から...' → 'これと (2.7) および $O_\omega^{-1}=O_{-\omega}$ から
- P.51,l.4: $\cdots\{a\in\ell^\infty;|a-e_k|<\delta\}$ を$\cdots$. → $\cdots\{a\in\ell^\infty;\|a-e_k\|_{\ell^\infty}<\delta\}$ を$\cdots$ただし $\|a\|_{\ell^\infty}\equiv\sup_k|a_k|$ は ℓ^∞ のノルム

3 章

- P.54,l.4↑:乃至上半レベル集合 → の上半レベル集合
- P.57,l.12↑:(5) (iii) より$\cdots$(iv) より$\cdots\to\cdots$(3) より$\cdots$. (4) より
- P.58,l.9↑:
$$\cdots=-\int_0^\infty\mu_f(\lambda)d\lambda\to\quad\cdots=-\int_0^\infty\mu_{(-f)}(\lambda)d\lambda$$
- P.61,l.3,4: $\phi_n(x)\to\phi(x)$, 3 箇所.
- P.61,l.7: $\mu(E_{\phi_n}(\lambda))\to\mu(E_\phi(\lambda))$
- P.63,l.13: '$f(x)\geq 0$ をと仮定...' → '$f(x)\geq 0$ を仮定...'
- P.66,l.1: $E_{f_-}(\lambda)=\{x\in E;f_+(x)>\lambda\}\to E_{f_-}(\lambda)=\{x\in E;f_-(x)>\lambda\}$

4 章

- P.80, l.7: as $n\to 0\to(n\to 0)$.
- P.83, l.4: Caushy 列 → Cauchy 列
- P.84, l. 8:
$$\cdots+\sum_{k=1}^{\infty}\int_\Omega|f_{n_k}(x)-f_{n_\ell}(x)|d\mu(x)\quad\to\quad\cdots+\sum_{k=1}^{\infty}\int_\Omega|f_{n_{k+1}}(x)-f_{n_k}(x)|d\mu(x)$$
- P.84, l. 11: $|f_{n_{k+1}}(x)-f_{n-k}(x)|$ は各 $x\in\Omega$ で絶対収束する.
  $\to|f_{n_{k+1}}(x)-f_{n_k}(x)|$ はほとんどいたるところの $x\in\Omega$ で収束する.

5 章

- P.97, l.8; ⋯ でいある．→ ⋯である．(い を削除).

6 章

- P.110, l.8; $\mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \to \mathcal{L}$.
- P.110,l.13; $K \in \mathcal{K} \to K \in \mathcal{F}$.
- P.111, l.3: 難しいほうを考える．→ 難しいほうすなわち単調減少列のほう を考える．
- P.111,l.4-; 以下の文章を追加: 以下では直積空間の可測集合 $\mathcal{L}$ (Borel 可測集合) を $\mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2$, 直積速度 μ を $\mu_1 \otimes \mu_2$ と表すことにする．

7 章

- P.117, l.14-; ε は s 任意にとれて... → ε は任意にとれて... s を削除.
- P.120, l.3; $= \nu(E) \to \leq \nu(E)$.
- P.120, l.9-; 分解の証明. $\delta(E) = \nu(E) - \Phi(E)$ と... → 分解の証明. 任意の $E \subset \Omega$ に対して $\delta(E) = \nu(E) - \Phi(E)$ と...
- P.121, l. 4↑: 命題 7.4 中の (7.7) 式で $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \to \sum_{k=1}^{N}$
- P.122, l. 4: (7.8) 式中の $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \to \sum_{k=1}^{N}$ (2 カ所).
- P.131, l. 13: 定理 7.9 の中, ‘ある絶対連続’→ ‘ある有界変動’.

8 章

- P.137, l.10↑:Minkovski → Minkowski. 2 行下と p.139 最後の行も．
- P.138, l.2↑:

$$\cdots \cdot \left(\int_{\Omega} \|f(y)\|_{L^1_\mu}^p d\nu(y) \right)^{\frac{p-1}{p}} \quad \to \quad \cdots \cdot \left(\int_{\Omega'} \|f(y)\|_{L^1_\mu}^p d\nu(y) \right)^{\frac{p-1}{p}}$$

- P. 138, 欄外の脚注 (3) Carathodory → Carathe**ó**dory.
- P.142, l.8-: $R > 0$ が存在して⋯. → 十分大きな $R > 0$ が存在して⋯

- P.142, l.7↑:

$$\left(\int_{B_R} |f(x)|^p dx\right)^{1/p} < \varepsilon \longrightarrow \left(\int_{B_R^c} |f(x)|^p dx\right)^{1/p} < \varepsilon$$

- P.142, l.5-:(8.7) 式;

$$\cdots = \int_{B_R} |f(x)|^p dx > \varepsilon_0 \longrightarrow \cdots = \int_{B_R^c} |f(x)|^p dx > \varepsilon_0$$

- P.142, 脚注 4) l.3: Friedrixchs → Friedrichs.
- P.143, l.5: 以下の文章を挿入; 'ここで $f_k(x) \equiv \rho_k * \tilde{f}_k(x)$ とおく. ただし　$*$ は p.142 の合成積を表す.'
- P.149, l.12↑ 13↑:

$$\begin{aligned} &\leq \varepsilon + \mu\big(\{x; |f_n(x)| > m\}\big) \\ &< \varepsilon + \frac{\sup_n \|f_n\|_1}{m} < 2\varepsilon \\ \longrightarrow & \\ &\leq \varepsilon + m\,\mu\big(\{x; |f_n(x)| > m\}\big) \\ &< \varepsilon + \frac{m \sup\limits_n \|f_n\|_{L^1(\{x;|f_n(x)|>m\})}}{m} < 2\varepsilon \end{aligned}$$

9 章

- P.161,l.9:'以下に示すように⋯'→ '以下に示すように $\sup \mu(B_{r_\lambda}) < \infty$ ならば...'
- P.162, l.12↑: (1) $f \in L^1_{loc}$ ならば⋯ → $f \in L^1$ ならば⋯
- P. 163, l.3↑: '⋯$\subset \{x; M[f_1](x) + \lambda/2 > t\}$' → '⋯$\subset \{x; M[f_1](x) + \lambda/2 > \lambda\}$'
- P.164, l.7-l.10: この部分を取り出して

$$\begin{aligned} \int_{\lambda/2}^\infty \mu_f(\sigma) d\sigma &= \int_{\lambda/2}^\infty \int_{\mathbb{R}^n} \chi_{\{|f(x)|>\sigma\}}(\sigma, x) dx ds \\ &= \int_{\lambda/2}^\infty \int_{E_f(\lambda/2)} \chi_{\{|f(x)|>\sigma\}} dx d\sigma \\ &= \int_0^\infty \int_{E_f(\lambda/2)} \chi_{\{|f(x)|-\lambda/2>\tau\}} dx d\tau \\ &= \int_{E_f(\lambda/2)} (|f(x)| - \frac{\lambda}{2}) dx = \int_{E_f(\lambda/2)} |f(x)| dx - \frac{\lambda}{2}\mu_f\Big(\frac{\lambda}{2}\Big) \end{aligned}$$

に留意して,

$$
\begin{aligned}
\|M[f]\|_p^p =& p\int_0^\infty \lambda^{p-1}\mu_{M[f]}(\lambda)d\lambda \\
\le& p\int_0^\infty \lambda^{p-1}\Big(\frac{2A}{\lambda}\int_{E_f(\lambda/2)}|f(x)|dx\Big)d\lambda \\
& \text{(ここで上の等式を用いれば)} \\
=& 2pA\int_0^\infty \lambda^{p-2}\Big(\frac{\lambda}{2}\mu_f\Big(\frac{\lambda}{2}\Big)+\int_{\lambda/2}^\infty \mu_f(\sigma)d\sigma\Big)d\lambda \\
=& 2^{p-1}pA\int_0^\infty (\frac{\lambda}{2})^{p-1}\mu_f\Big(\frac{\lambda}{2}\Big)d\lambda + 2pA\int_0^\infty \lambda^{p-2}\int_{\lambda/2}^\infty \mu_f(\sigma)d\sigma d\lambda \\
=& 2^p pA\int_0^\infty \sigma^{p-1}\mu_f(\sigma)d\sigma + 2pA\int_0^\infty \mu_f(\sigma)\int_0^{2\sigma}\lambda^{p-2}d\lambda d\sigma \\
=& 2^p pA\int_0^\infty \sigma^{p-1}\mu_f(\sigma)d\sigma + \frac{2pA}{p-1}\int_0^\infty \mu_f(\sigma)(2\sigma)^{p-1}d\sigma \\
=& \Big(2^p pA + \frac{2^p pA}{p-1}\Big)\int_0^\infty \mu_f(\sigma)\sigma^{p-1}d\sigma \\
=& \frac{2^p Ap}{p-1}\int_0^\infty p\sigma^{p-1}\mu_f(\sigma)d\sigma = \frac{2^p Ap}{p-1}\int_{\mathbb{R}^n}|f(x)|^p dx.
\end{aligned}
$$

- P. 165, l. 0↑: 以下の文章を追加: ‘定理 9.3 により p.126 の定理 7.8 の (7.11) が示される.’